

Meccanica Orbitale

Daniele B. Provenzano, Sigillo 2019

Problema 1 (Satellite su orbita circolare). Consideriamo un satellite di massa m su un'orbita circolare di raggio R attorno alla Terra, la cui massa è M .

1. Trova la velocità v_R e il periodo orbitale T del satellite.
2. Trova l'energia meccanica totale del satellite ed il suo momento angolare.
3. Trova il valore di R nel caso dell'orbita geostazionaria.

Supponiamo adesso che l'orbita del satellite sia ellittica, con semiasse maggiore a ed eccentricità ϵ .

4. Trova v_m e v_M , rispettivamente la velocità minima e massima del satellite durante il moto orbitale.
5. Trova il periodo T del moto orbitale.
6. Dimostra che

$$a = \frac{T}{2\pi} \sqrt{v_m v_M}.$$

7. Trova l'energia meccanica totale del satellite.

Problema 2 (Cambio di orbita). Studia cosa succede al satellite dell'esercizio precedente quando gli viene conferito un boost istantaneo (di modulo $\Delta v = \beta v_R$) in una particolare direzione. Trova la nuova eccentricità dell'orbita e il minimo valore di β che permette al satellite di sfuggire all'attrazione terrestre nel caso di:

1. impulso tangenziale,
2. impulso radiale,
3. impulso perpendicolare al piano dell'orbita.

Problema 3 (Pendolo Terrestre). Consideriamo ancora un satellite in orbita circolare attorno alla Terra.

1. Quanto vale il raggio minimo dell'orbita? Quanto tempo impiega il satellite a percorrerla?

Supponiamo adesso di scavare un tunnel dentro la Terra, lungo una corda di lunghezza massima.

2. Se lasciassimo cadere un oggetto dentro il tunnel, quanto tempo impiegherebbe a tornare nel punto di partenza?

3. Come spieghi questa analogia tra due moti di natura diversa?

Problema 4 (Missile verso l'equatore). Un missile viene lanciato dal polo Nord con la prima velocità cosmica, in modo che cada su un punto posto all'equatore.

1. Trova il semiasse maggiore dell'orbita del missile.
2. Qual è la massima altezza dalla superficie terrestre a cui il satellite arriva?
3. Quanto vale il tempo di volo del satellite?

Problema 5 (Tempo di collisione). Si considerino due masse m_1 e m_2 , inizialmente ferme a distanza d . A tempo $t = 0$ iniziano a muoversi sotto la mutua attrazione gravitazionale. Dopo quanto tempo collidono?

Problema 6 (Pianeta Ristretto, usato nella Gara a Squadre di Fisica). Un satellite è inizialmente in orbita circolare di raggio R_0 attorno ad un pianeta di massa M . Improvvisamente, la massa del pianeta diminuisce della frazione f . Quanto dista il punto più lontano della nuova orbita del satellite dal centro del pianeta?

Problema 7 (Trasferimento del Centro Attrattore, usato nella Gara a Squadre di Fisica). Una particella si muove su un'orbita ellittica di eccentricità $\epsilon < 1$, sotto l'attrazione gravitazionale esercitata da un corpo posizionato in uno dei due fuochi dell'ellisse. Quando la particella raggiunge il punto di massima velocità, il corpo attrattore viene improvvisamente trasferito nell'altro fuoco dell'ellisse. Quanto vale l'eccentricità della nuova orbita su cui la particella si muove?